

## Formulaire

### Relations trigonométriques

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B \quad (1)$$

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B \quad (2)$$

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2}(\cos(A - B) + \cos(A + B)) \quad (3)$$

$$\sin A \cos B = \frac{1}{2}(\sin(A - B) + \sin(A + B)) \quad (4)$$

$$\sin A \sin B = \frac{1}{2}(\cos(A - B) - \cos(A + B)) \quad (5)$$

### Transformées de FOURIER

$$\text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \quad T \text{sinc}(fT) \quad (6)$$

$$\text{sinc}(2Wt) \quad \frac{1}{2W} \text{rect}\left(\frac{f}{2W}\right) \quad (7)$$

$$e^{-at}u(t), a > 0 \quad \frac{1}{a+2\pi jf} \quad (8)$$

$$e^{-a|t|}, a > 0 \quad \frac{2a}{a^2+(2\pi f)^2} \quad (9)$$

$$e^{-\pi t^2} \quad e^{-\pi f^2} \quad (10)$$

$$\delta(t) \quad 1 \quad (11)$$

$$1 \quad \delta(f) \quad (12)$$

$$\delta(t - t_0) \quad e^{-2\pi jft_0} \quad (13)$$

$$e^{2\pi jfct} \quad \delta(f - f_c) \quad (14)$$

$$\cos(2\pi fct) \quad \frac{1}{2}[\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] \quad (15)$$

$$\sin(2\pi fct) \quad \frac{1}{2j}[\delta(f - f_c) - \delta(f + f_c)] \quad (16)$$

$$\text{sgn}(t) \quad \frac{1}{\pi jf} \quad (17)$$

$$\frac{1}{\pi t} \quad -j \text{sgn}(f) \quad (18)$$

$$\sum_{i=-\infty}^{+\infty} \delta(t - iT_0) \quad \frac{1}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_0}\right) \quad (19)$$

**N'oubliez pas de mentionner votre nom!**

juin 2004

**Prière de répondre aux questions sur des feuilles séparées!**

---

**Table de la fonction :  $\text{erf}(u) = 1 - \text{erfc}(u)$** 

$u$	$\text{erf}(u)$	$u$	$\text{erf}(u)$
0,00	0,00000	1,10	0,88021
0,05	0,05637	1,15	0,89612
0,10	0,11246	1,20	0,91031
0,15	0,16800	1,25	0,92290
0,20	0,22270	1,30	0,93401
0,25	0,27633	1,35	0,94376
0,30	0,32863	1,40	0,95229
0,35	0,37938	1,45	0,95970
0,40	0,42839	1,50	0,96611
0,45	0,47548	1,55	0,97162
0,50	0,52050	1,60	0,97635
0,55	0,56332	1,65	0,98038
0,60	0,60386	1,70	0,98379
0,65	0,64203	1,75	0,98667
0,70	0,67780	1,80	0,98909
0,75	0,71116	1,85	0,99111
0,80	0,74210	1,90	0,99279
0,85	0,77067	1,95	0,99418
0,90	0,79691	2,00	0,99532
0,95	0,82089	2,50	0,99959
1,00	0,84270	3,00	0,99998
1,00	0,86244	3,30	0,999998



3. On cherche à transmettre le message suivant

A B B C A C D B C D A C A C C

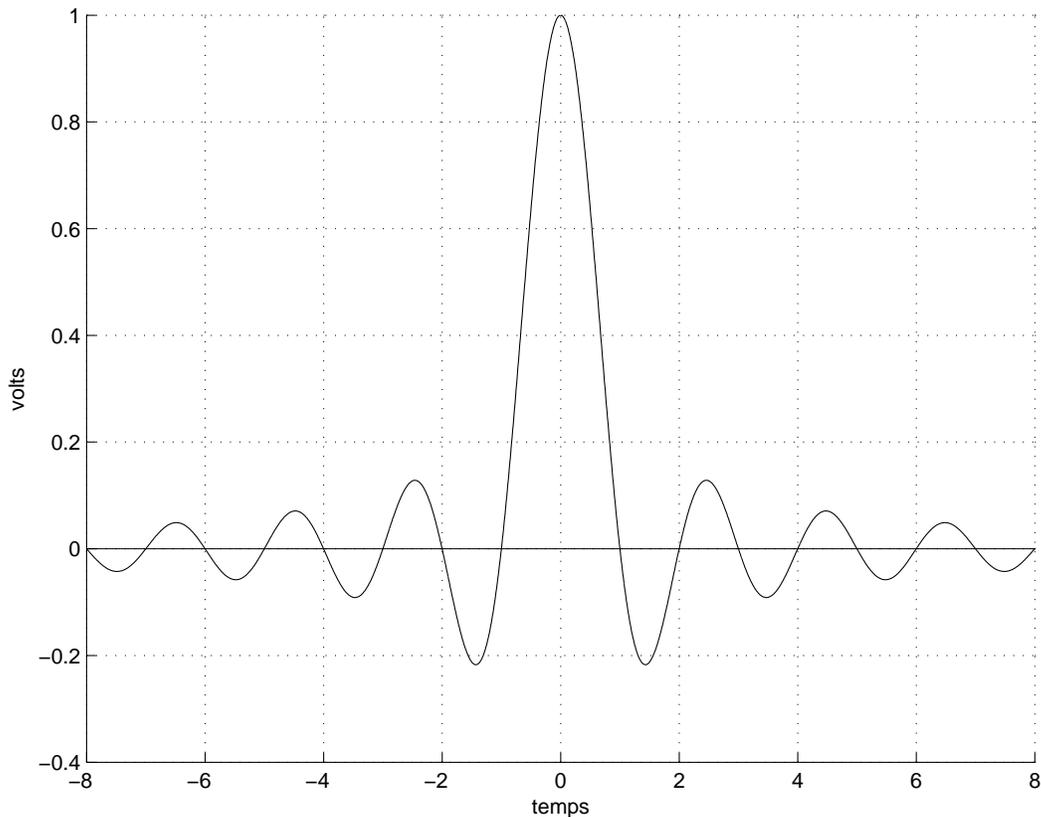
en utilisant le codage

Symboles	Codes correspondant
A	10
B	110
C	111
D	0

Pour la suite, on supposera que le message est représentatif de la source et que, dès lors, la probabilité d'un symbole est correctement estimée par sa fréquence d'apparition dans le message.

- Sans calcul et à première vue, le codage utilisé vous semble-t-il optimal ?
- Calculez l'entropie de cette source.
- Le code utilisé contredit-il le théorème de SHANNON ?
- Afin d'améliorer l'efficacité du codage, on décide d'utiliser un codage de HUFFMAN. Codez les symboles de cette source avec la méthode de HUFFMAN et indiquez si le codage obtenu est meilleur que le précédent. Justifiez votre réponse.
- Calculez le débit d'information de cette source si la totalité de ce message est envoyée en 1 [ms].
- Après avoir codé ce message (utilisez ici le résultat obtenu au point (d)), on décide d'utiliser une modulation PAM à 4 niveaux de tension. Dessinez l'onde obtenue correspondante pour les 6 premiers symboles du message (en lisant de la gauche vers la droite) et indiquez quelle sera la bande de base de ce signal si la durée d'un bit est de 34,48 [ $\mu s$ ].
- Considérons pour cette dernière partie que la bande passante du canal est prise égale à 8 [kHz]. Quelle est la capacité théorique maximale d'un canal pour lequel le rapport signal à bruit ( $S/N$ ) vaudrait 10 [dB] ?  
Pourrait-on transmettre un signal à un débit de 30 [kb/s] à travers ce canal ?

4. Soit le signal  $x(t)$  de type  $\frac{\sin(\alpha t)}{\alpha t}$ , tel que représenté *exactement* à la figure suivante



- (a) Calculez l'énergie de ce signal.
- (b) On choisit une fréquence d'échantillonnage de  $1,5 [Hz]$ . Que pensez-vous de cette valeur ?  
Dessinez, dans le domaine fréquentiel, le signal échantillonné à cette fréquence.
- (c) Après avoir échantillonné ce signal à la fréquence de  $3 [Hz]$ , on désire le quantifier à l'aide d'une courbe de quantification de type "mid-tread" à 8 niveaux de tension.
- Dessinez la courbe de quantification adéquate en indiquant correctement les valeurs sur les axes ainsi que le code binaire associé à chaque niveau.
  - Indiquez le débit binaire pour une fréquence d'échantillonnage de  $3 [kHz]$ .
- (d) Imaginons à présent que le signal ait été échantillonné et quantifié et que l'on cherche à envoyer un message  $m_1$  avec un code de correction d'erreur de type (6,3) dont la matrice de contrôle de parité est

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- i. Déterminez le taux de redondance de ce code et l'effet d'un tel taux sur la bande passante en sachant que le débit de l'information utile (c'est-à-dire sans les bits de redondance) doit resté inchangé.
- ii. Donnez la matrice génératrice de ce code.  
S'agit-il d'un code systématique ?
- iii. Quelle est la distance de HAMMING minimale de ce code ?
- iv. Combien d'erreurs ce code permet-il de détecter ? Combien d'erreurs peut-on corriger ?
- v. Supposons que le mot de code (110111) soit décodé au récepteur. Sachant qu'une seule erreur sur bit s'est produite lors de la transmission, déterminez quel mot de code avait été envoyé.

5. **[Théorie]** Cette question porte sur des aspects du réseau GSM.  
Soyez le plus complet possible et veillez à donner la signification de tous les acronymes que vous utilisez.
- (a) Dessinez l'architecture d'un réseau GSM.
  - (b) Quel est le rôle de chacun des éléments de l'architecture du réseau GSM ?