

Formulaire

Relations trigonométriques

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B \quad (1)$$

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B \quad (2)$$

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2}(\cos(A - B) + \cos(A + B)) \quad (3)$$

$$\sin A \cos B = \frac{1}{2}(\sin(A - B) + \sin(A + B)) \quad (4)$$

$$\sin A \sin B = \frac{1}{2}(\cos(A - B) - \cos(A + B)) \quad (5)$$

Transformées de FOURIER

$$\text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \quad T \text{sinc}(fT) \quad (6)$$

$$\text{sinc}(2Wt) \quad \frac{1}{2W} \text{rect}\left(\frac{f}{2W}\right) \quad (7)$$

$$e^{-at}u(t), a > 0 \quad \frac{1}{a+2\pi jf} \quad (8)$$

$$e^{-a|t|}, a > 0 \quad \frac{2a}{a^2+(2\pi f)^2} \quad (9)$$

$$e^{-\pi t^2} \quad e^{-\pi f^2} \quad (10)$$

$$\delta(t) \quad 1 \quad (11)$$

$$1 \quad \delta(f) \quad (12)$$

$$\delta(t - t_0) \quad e^{-2\pi jft_0} \quad (13)$$

$$e^{2\pi jfct} \quad \delta(f - f_c) \quad (14)$$

$$\cos(2\pi fct) \quad \frac{1}{2}[\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] \quad (15)$$

$$\sin(2\pi fct) \quad \frac{1}{2j}[\delta(f - f_c) - \delta(f + f_c)] \quad (16)$$

$$\text{sgn}(t) \quad \frac{1}{\pi jf} \quad (17)$$

$$\frac{1}{\pi t} \quad -j \text{sgn}(f) \quad (18)$$

$$\sum_{i=-\infty}^{+\infty} \delta(t - iT_0) \quad \frac{1}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(f - \frac{n}{T_0}) \quad (19)$$

1. Avant de procéder à la numérisation d'un signal, il convient d'analyser sa nature. Soit donc le signal temporel suivant, à transmettre,

$$x(t) = 1 + \cos(5000\pi t) \cos(2000\pi t)$$

- (a) **Calculez et dessinez** le module de la transformée de FOURIER de ce signal.
- (b) Est-il correct d'échantillonner ce signal à $8 [kHz]$?
- (c) Si on échantillonne le signal à $10 [kHz]$ et qu'on le quantifie sur 3 bits, dessinez la courbe de quantification optimale pour ce signal.
- (d) Donnez le débit binaire de ce signal dans les conditions du point (c).
- (e) Après échantillonnage et quantification, l'échantillonneur fournit la suite de bits suivante :

10111001100100

Dessinez le signal correspondant à une modulation PAM à quatre niveaux de tension de cette série de bits.

- (f) Déterminez la bande passante du signal obtenu au point précédent.
- (g) On décide d'utiliser une modulation analogique d'amplitude au lieu d'une transmission par modulation PAM. **Calculez et dessinez** le spectre du signal modulé à l'aide d'une modulation à porteuse supprimée avec une fréquence porteuse de $4 [kHz]$.

2. [Théorie]

- (a) Comparez les couches du modèle OSI et du modèle Internet.
- (b) Les questions suivantes portent sur les techniques de modulation.
- Quelle est l'occupation en fréquences des signaux AM et FM ? Commentez votre réponse.
 - Parmi toutes les techniques de modulation analogique d'onde continue que vous connaissez, quelle est celle qui utilise la plus petite largeur de bande ?
 - Que vaut cette largeur minimale pour un signal dont la représentation en bande de base occupe l'intervalle de fréquences $[f_1, f_2]$?

3. L'observation montre qu'une source spécifique émet cinq symboles : A, B, C, D et E.

La probabilité d'émission de ces symboles est déterminée par leur fréquence d'apparition. Après une longue série de mesures, on arrive à estimer la probabilité des symboles comme suit :

Symboles	Probabilités
A	5/20
B	3/20
C	8/20
D	1/20
E	3/20

TAB. 1 – Liste des symboles et probabilités associées.

- Combien de bits faut-il en moyenne pour représenter un symbole ? S'agit-il d'une borne minimale ou maximale ?
- Calculez la redondance de la source.
- Afin de coder efficacement les messages, le choix se porte sur un code de HUFFMAN. Codez les symboles de cette source avec la méthode de HUFFMAN.
- Comparez le nombre moyen de bits par symbole obtenu en (a) à celui découlant du codage proposé en (c).

4. Afin de pouvoir corriger des erreurs, on utilise un code linéaire (6,3) dont la table de mots codés est la suivante :

Message			Mots codés					
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	1	1	0	0
1	0	1	1	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0	1	1	0
1	1	1	0	0	0	1	1	1

TAB. 2 – Table des mots codés

- (a) S'agit-il d'un code systématique ?
- (b) Déterminez la matrice génératrice de ce code.
- (c) Déterminez la matrice H et vérifiez le résultat obtenu.
- (d) Combien d'erreurs ce code peut-il détecter ?
- (e) Combien d'erreurs peut-il corriger ?
- (f) Le récepteur reçoit les mots 011111 et 111101. Quels messages ont été envoyés ?
- (g) Montrez, par un exemple, qu'il n'est pas possible de détecter plus d'erreurs que le nombre que vous avez déterminé au point (e).
5. **[Théorie]** Cette question porte sur des aspects du réseau GSM.
Soyez le plus complet possible et veillez à donner la signification de tous les acronymes que vous utilisez.
- (a) Expliquez le rôle du centre d'authentification (AuC) lors de l'authentification dans le réseau GSM.
- (b) Quel est le rôle du "Time Advance (TA)" ? Détaillez le principe.