

## Formulaire

### Relations trigonométriques

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B \quad (1)$$

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B \quad (2)$$

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2}(\cos(A - B) + \cos(A + B)) \quad (3)$$

$$\sin A \cos B = \frac{1}{2}(\sin(A - B) + \sin(A + B)) \quad (4)$$

$$\sin A \sin B = \frac{1}{2}(\cos(A - B) - \cos(A + B)) \quad (5)$$

### Transformées de FOURIER

$$\text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \quad T \text{ sinc}(fT) \quad (6)$$

$$\text{sinc}(2Wt) \quad \frac{1}{2W} \text{rect}\left(\frac{f}{2W}\right) \quad (7)$$

$$e^{-at}u(t), \quad a > 0 \quad \frac{1}{a+2\pi jf} \quad (8)$$

$$e^{-a|t|}, \quad a > 0 \quad \frac{2a}{a^2+(2\pi f)^2} \quad (9)$$

$$e^{-\pi t^2} \quad e^{-\pi f^2} \quad (10)$$

$$\delta(t) \quad 1 \quad (11)$$

$$1 \quad \delta(f) \quad (12)$$

$$\delta(t - t_0) \quad e^{-2\pi jft_0} \quad (13)$$

$$e^{2\pi jfc t} \quad \delta(f - f_c) \quad (14)$$

$$\cos(2\pi f_c t) \quad \frac{1}{2}[\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] \quad (15)$$

$$\sin(2\pi f_c t) \quad \frac{1}{2j}[\delta(f - f_c) - \delta(f + f_c)] \quad (16)$$

$$\text{sgn}(t) \quad \frac{1}{\pi jf} \quad (17)$$

$$\frac{1}{\pi t} \quad -j \text{sgn}(f) \quad (18)$$

$$u(t) \quad \frac{1}{2}\delta(f) + \frac{1}{2\pi jf} \quad (19)$$

$$\sum_{i=-\infty}^{+\infty} \delta(t - iT_0) \quad \frac{1}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_0}\right) \quad (20)$$

N'oubliez pas de mentionner votre nom!

mai 2003

Prière de répondre aux questions sur des feuilles séparées!

**Table de la fonction :  $\text{erf}(u) = 1 - \text{erfc}(u)$** 

$u$	$\text{erf}(u)$	$u$	$\text{erf}(u)$
0,00	0,00000	1,10	0,88021
0,05	0,05637	1,15	0,89612
0,10	0,11246	1,20	0,91031
0,15	0,16800	1,25	0,92290
0,20	0,22270	1,30	0,93401
0,25	0,27633	1,35	0,94376
0,30	0,32863	1,40	0,95229
0,35	0,37938	1,45	0,95970
0,40	0,42839	1,50	0,96611
0,45	0,47548	1,55	0,97162
0,50	0,52050	1,60	0,97635
0,55	0,56332	1,65	0,98038
0,60	0,60386	1,70	0,98379
0,65	0,64203	1,75	0,98667
0,70	0,67780	1,80	0,98909
0,75	0,71116	1,85	0,99111
0,80	0,74210	1,90	0,99279
0,85	0,77067	1,95	0,99418
0,90	0,79691	2,00	0,99532
0,95	0,82089	2,50	0,99959
1,00	0,84270	3,00	0,99998
1,00	0,86244	3,30	0,99998

## 1. [Théorie]

Énoncez les différents théorèmes de SHANNON vus au cours.

2. Dans son programme d'observation de l'espace, la NASA dispose d'antennes dirigées vers le ciel. Lors de réglages, une de ces antennes a capté le signal  $s(t)$  d'une sonde située sur la lune (celle-ci est située à 380.000 [km] de la terre) !

Le signal reçu présentait une puissance de  $-135$  [dBm], ainsi qu'une bande passante de 8 [MHz].

Le signal est interprété comme un signal FM avec une porteuse à 8,9 [GHz] et une excursion de fréquence de 1,5 [MHz].

Afin d'étudier le signal reçu, la NASA a décidé de numériser le signal modulant  $m(t)$ , obtenu après démodulation FM de  $s(t)$ , en vue de son stockage et de sa transmission vers d'autres centres de recherche.

- Calculez, en [dBW], l'affaiblissement en espace libre subi par le signal  $s(t)$  durant la transmission.
- Sachant que le gain de l'antenne qui a reçu le signal est égal à 38 dB, calculer la puissance isotrope rayonnée équivalente développée par l'émetteur étranger. Exprimer votre réponse en [W] et [dBW].
- Calculez la fréquence d'échantillonnage minimale de  $m(t)$ .
- Sachant que les ingénieurs de la NASA ont choisi une fréquence d'échantillonnage de 6 [MHz] et ont utilisé une courbe de quantification uniforme présentant 32.768 niveaux de quantification, calculez le débit du flux binaire généré.
- Sachant que le signal  $m(t)$  durait 48 secondes, calculez l'espace mémoire nécessaire au stockage de la version numérisée de  $m(t)$ . Exprimez votre réponse en [bit] et en [octet].

**N'oubliez pas de mentionner votre nom!**

**Prière de répondre aux questions sur des feuilles séparées!**

---

3. **[Théorie]**

- (a) Comparez le modèle OSI et le modèle Internet.
- (b) Quelle est l'occupation en fréquences des signaux AM et FM ? Commentez votre réponse.

4. **[Théorie]** Expliquez l'usage fait du *vecteur syndrome d'erreur* en théorie des codes.

5. On désire réaliser la transmission en bande de base d'une onde PCM  $b_1$  dont le débit  $R_{b_1}$  est égal à  $480 [kb/s]$  et dont voici le début de la séquence

$$b_1 = 011010001100 \dots$$

La transmission est réalisée sur un canal ayant une bande passante large de  $320 [kHz]$  et bruité par un bruit blanc additif gaussien de moyenne nulle et de densité spectrale de puissance  $N_0/2$  valant  $0,58 \times 10^{-6} [W/Hz]$ .

- (a) Quelle est la probabilité d'erreur pour une modulation en bande de base de type NRZ avec des symboles d'amplitude  $\pm 1,5 [V]$  ?

Pour rappel : la probabilité d'erreur de la mise en forme NRZ bipolaire est donnée par

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right)$$

- (b) Afin de diminuer cette probabilité d'erreur, on utilise un code linéaire  $(6, 3)$  dont la matrice génératrice est donnée par

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ce code est-il systématique ? Justifiez.

- (c) Donnez la séquence binaire  $b_2$  résultant de l'encodage de la séquence binaire  $b_1$  donnée ci-dessus.
- (d) Déterminez la matrice de contrôle de parité.
- (e) Déterminez la distance minimale entre les mots codés.
- (f) Quel est le nombre maximum d'erreurs que l'on peut corriger avec ce code ?
- (g) Établissez une table de correction d'erreur. Utilisez cette table pour corriger les éventuelles erreurs qui se seraient glissées dans la séquence reçue suivante

$$011011110011011110001010$$

- (h) Si le débit binaire de l'information utile doit être maintenu à  $R_{b_1} = 480 [kb/s]$ , quel est le débit binaire  $R_{b_2}$  de l'onde PCM  $b_2$  résultant de l'encodage du flux binaire original  $b_1$  ?
- (i) L'onde PCM  $b_2$  peut-elle être transmise sur le canal considéré en utilisant une mise en forme NRZ bipolaire, PAM-4 ou PAM-8 ? Argumentez votre réponse.