

Formulaire

Relations trigonométriques

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B \quad (1)$$

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B \quad (2)$$

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2}(\cos(A - B) + \cos(A + B)) \quad (3)$$

$$\sin A \cos B = \frac{1}{2}(\sin(A - B) + \sin(A + B)) \quad (4)$$

$$\sin A \sin B = \frac{1}{2}(\cos(A - B) - \cos(A + B)) \quad (5)$$

Transformées de FOURIER

$$\text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \leftrightarrow T \text{sinc}(fT) \quad (6)$$

$$\text{sinc}(2Wt) \leftrightarrow \frac{1}{2W} \text{rect}\left(\frac{f}{2W}\right) \quad (7)$$

$$e^{-at}u(t), a > 0 \leftrightarrow \frac{1}{a + 2\pi jf} \quad (8)$$

$$e^{-a|t|}, a > 0 \leftrightarrow \frac{2a}{a^2 + (2\pi f)^2} \quad (9)$$

$$e^{-\pi t^2} \leftrightarrow e^{-\pi f^2} \quad (10)$$

$$\delta(t) \leftrightarrow 1 \quad (11)$$

$$1 \leftrightarrow \delta(f) \quad (12)$$

$$\delta(t - t_0) \leftrightarrow e^{-2\pi jft_0} \quad (13)$$

$$e^{2\pi jfct} \leftrightarrow \delta(f - f_c) \quad (14)$$

$$\cos(2\pi fct) \leftrightarrow \frac{1}{2}[\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] \quad (15)$$

$$\sin(2\pi fct) \leftrightarrow \frac{1}{2j}[\delta(f - f_c) - \delta(f + f_c)] \quad (16)$$

$$\text{sgn}(t) \leftrightarrow \frac{1}{\pi jf} \quad (17)$$

$$\frac{1}{\pi t} \leftrightarrow -j \text{sgn}(f) \quad (18)$$

$$\sum_{i=-\infty}^{+\infty} \delta(t - iT_0) \leftrightarrow \frac{1}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_0}\right) \quad (19)$$

1. Une antenne circulaire, d'aire effective $2,5 [m^2]$, émet d'une station terrestre vers un satellite géostationnaire situé à $40.000 [km]$ à une fréquence de $13 [GHz]$. L'antenne d'émission se caractérise par une efficacité de $0,61$ et elle présente un défaut d'alignement avec l'antenne du satellite de $0,2$ degrés. Quant à l'antenne de réception, qui est à bord du satellite, elle n'a aucun défaut d'alignement. Elle possède un $\theta_{3dB} = 2$ degrés et une efficacité de $0,55$. La puissance d'émission est de $105 [W]$.
- (a) Définissez et déterminez le PIRE en tenant compte de toutes les données de l'énoncé.
 - (b) Calculez la puissance reçue à la réception en $[W]$ et en $[dBW]$.
 - (c) Calculez $P_E - P_R$.
 - (d) Calculez le diamètre de l'antenne de réception.

Pour rappel :

$$\theta_{3dB} [^\circ] = 70 \frac{\lambda}{D}$$

$$G(\alpha) [dB] = G_{\max} [dB] - 12 \left(\frac{\alpha}{\theta_{3dB}} \right)^2$$

2. Un signal stochastique $Y(t)$ est obtenu par différence entre $X(t)$ et ce signal au temps $t - T$.
 $X(t)$ est supposé stationnaire au sens large ; sa fonctions d'autocorrélation et sa densité spectrale sont respectivement notés $\Gamma_{XX}(\tau)$ et $\gamma_X(f)$.
- (a) Déterminez la fonction d'autocorrélation de $Y(t)$. S'agit-il d'un signal stationnaire ? Si oui, le signal est-il stationnaire au sens strict ou au sens large ?
 - (b) Déterminez analytiquement la densité spectrale de $\gamma_Y(f)$.
 - (c) Dessinez l'allure de $\gamma_Y(f)$ lorsque $X(t)$ est de type NRZ avec une durée d'un bit égale à T .
 - (d) Expliquez à quoi pourrait servir l'opération produisant $Y(t)$ à partir de $X(t)$.

3. **[Théorie]** Cette question porte sur des aspects du réseau GSM.
Soyez le plus complet possible et veillez à donner la signification de tous les acronymes que vous utilisez.
- (a) Dessinez l'architecture d'un réseau GSM.
 - (b) Quel est le rôle de chacun des éléments de l'architecture du réseau GSM ?
 - (c) Quelles bandes de fréquences sont utilisées pour les réseaux à technologie GSM ? Expliquez les choix effectués lors de l'allocation de certaines bandes.

4. Soit un signal dont la bande passante s'étend de 300 à 3400 [Hz].
- De quel type de signal s'agit-il ?
 - À quelle fréquence doit-on au minimum échantillonner ce signal ?
 - Si on échantillonne ce signal à 8 [kHz] et qu'on le quantifie ensuite sur 3 bits, dessinez la courbe de quantification (mid-rise).
 - Donnez dans le cas d'un signal sinusoïdale le rapport signal sur bruit de quantification.

L'onde PCM obtenue après la quantification est ensuite modulée par une modulation PAM-4 dont les caractéristiques sont reprises dans le tableau suivant :

Codes	Probabilités	Tension
00	0,1	-3 [V]
01	0,4	-1 [V]
10	0,4	1 [V]
11	0,1	3 [V]

L'impulsion de mise en forme est un signal carré d'amplitude unitaire qui s'étend de 0 à T_b .

- Dans l'hypothèse où les symboles sont non-corrélés, déterminez la densité spectrale de puissance.
- Calculez la puissance du signal modulé en [dBW] et en [dBm].
- Lorsque le signal arrive au récepteur, celui-ci décode 1001110110. Déterminez l'allure du signal à la sortie du filtre adapté (par intégration ou par convolution), signal qui a permis de reconstruire la séquence de bits donnée. Pour les graphiques, on supposera que le bruit est négligeable.

Remarque : pour rappel, la densité spectrale de puissance vaut

$$\gamma_g(f) = \|\Phi(f)\|^2 \frac{1}{T} \left[\sigma_A^2 + \mu_A^2 \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{T} \delta\left(f - \frac{m}{T}\right) \right]$$