Formulaire

Relations trigonométriques

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B \tag{1}$$

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B \tag{2}$$

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2}(\cos(A - B) + \cos(A + B)) \tag{3}$$

$$\sin A \cos B = \frac{1}{2}(\sin(A - B) + \sin(A + B)) \tag{4}$$

$$\sin A \sin B = \frac{1}{2}(\cos(A - B) - \cos(A + B)) \tag{5}$$

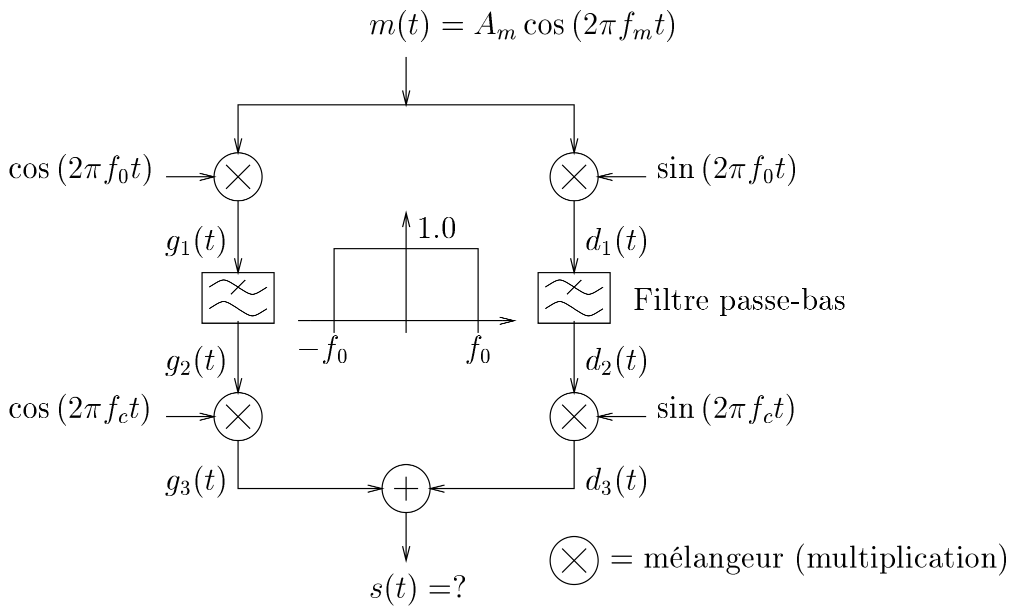
$$1 + \cos 2A = 2\cos^2 A \tag{6}$$

$$1 - \cos 2A = 2\sin^2 A \tag{7}$$

Transformées de Fourier

$rect(\frac{t}{T})$	$T\,sinc(fT)$	(8)
$sinc(2Wt)$	$\frac{1}{2W} rect(\frac{f}{2W})$	(9)
$e^{-at}u(t),\, a > 0$	$\frac{1}{a+2\pi jf}$	(10)
$e^{-a\|t\|},\, a > 0$	$\frac{2a}{a^2+(2\pi f)^2}$	(11)
$e^{-\pi t^2}$	$e^{-\pi f^2}$	(12)
$\delta(t)$	1	(13)
1	$\delta(f)$	(14)
$\delta(t - t_0)$	$e^{-2\pi jft_0}$	(15)
$e^{2\pi jf_c t}$	$\delta(f - f_c)$	(16)
$\cos(2\pi f_c t)$	$\frac{1}{2}[\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)]$	(17)
$\sin(2\pi f_c t)$	$\frac{1}{2j}[\delta(f - f_c) - \delta(f + f_c)]$	(18)
$sgn(t)$	$\frac{1}{\pi jf}$	(19)
$\frac{1}{\pi t}$	$-jsgn(f)$	(20)
$u(t)$	$\frac{1}{2}\delta(f) + \frac{1}{2\pi jf}$	(21)
$\sum_{i=-\infty}^{+\infty} \delta(t - iT_0)$	$\frac{1}{T_0}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(f - \frac{n}{T_0})$	(22)

1. On désire moduler le signal modulant $m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$ autour de la fréquence porteuse f_c. Pour cela, on applique $m(t)$ à l'entrée du circuit suivant, composé de 4 mélangeurs et de deux filtres passe-bas idéaux identiques. Le signal modulant est tel que $f_m \in [0,f_0]$ et $f_c \gg f_0$.



   (a) Déterminez l'expression analytique et la transformée de FOURIER des signaux $g_1(t), g_2(t), g_3(t), d_1(t), d_2(t)$ et $d_3(t)$. Représentez également graphiquement les différents spectres. Pour vous aider, un formulaire est joint à ce questionnaire (cf. page 1)!

   (b) Déterminez l'expression analytique du signal modulé $s(t)$. De quel type de modulation s'agit-il?

   (c) Quel gain en puissance, en [dB], faudrait-il appliquer au signal $s(t)$ pour qu'il ait la même puissance que le signal modulant $m(t)$.

2. On désire convertir le signal analogique

$$g(t) = 2\,\cos^2(5000\,\pi\,t) - 1$$

en un signal numérique quantifié sur 3 bits.

(a) Déterminez la fréquence d'échantillonnage de NYQUIST et une courbe de quantification uniforme adaptée au signal. Que vaut alors l'erreur de quantification ?

(b) Le signal est échantillonné au double de la fréquence de NYQUIST. Donnez le signal PCM binaire obtenu pour les 5 premiers échantillons (à partir de $t = 0$). Pour chacun des 5 échantillons, précisez l'instant d'échantillonnage, la valeur de l'échantillon, la valeur quantifiée et le code binaire correspondant.

(c) Quel est le taux de transmission des échantillons ?

(d) Quel est le débit binaire [b/s] ?

(e) Si on utilise une modulation PAM à 4 niveaux de tension électrique pour transmettre l'onde PCM, déterminez le taux de transmission des symboles et la bande de base du signal transmis.

3. Pour transmettre une onde PCM binaire dont le débit est $R_b = 1/T_b$, on désire utiliser une modulation en bande de base ISDN, c'est-à-dire une modulation PAM à 4 niveaux de tension:

Symbole	Représentation physique
00	-3 [V]
01	-1 [V]
10	+1 [V]
11	+3 [V]

L'impulsion de mise en forme est rectangulaire d'amplitude unitaire.

(a) Déterminez la densité spectrale de puissance du signal modulé sachant que tous les symboles sont équiprobables et non-corrélés. Pour rappel, la densité spectrale de puissance vaut

$$\gamma_g(f) = \|\Phi(f)\|^2 \frac{1}{T} \left[\sigma_A^2 + \mu_A^2 \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{T} \delta(f - \frac{m}{T}) \right]$$

(b) Dessinez la densité spectrale de puissance calculée en (a), en précisant les échelles et les abscisses.

(c) Calculez la puissance du signal modulé en [dBW] et [dBm]. *Suggestion*: utiliser le théorème de Rayleigh.

(d) Après transmission, le signal est décodé et le récepteur fournit la série de bit suivante: 1000101101. Déterminez et dessinez l'allure du signal à la sortie du filtre adapté (implémenté par intégration), signal qui a permis de reconstruire la séquence de bits donnée.

4. Une antenne de 5 [m] de diamètre émet d'une station terrestre en direction d'un satellite géostationnaire situé à 40000 [km] de l'antenne émettrice dans l'axe de celle-ci. Cette antenne est alimentée avec une puissance de 100 [W] et émet à la fréquence de 14 [GHz]. Le gain de l'antenne montée à bord du satellite est de 38 [dB]. Les antennes sont supposées être en parfait alignement. L'efficacité η de l'antenne terrestre est de 0,62 tandis que celle de l'antenne du satellite est de 0,57. Pour rappel, $A_{eff} = \eta A$ où A est l'aire géométrique de l'antenne.

   (a) Définissez et déterminez la PIRE.
   (b) Déterminez la puissance reçue par le satellite (exprimée en [W] et [dBm]).
   (c) Déterminez l'affaiblissement en espace libre.
   (d) Question théorique: établissez la formule d'affaiblissement en espace libre.