Formulaire

Relations trigonométriques

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B \tag{1}$$

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B \tag{2}$$

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2}(\cos(A-B) + \cos(A+B)) \tag{3}$$

$$\sin A \cos B = \frac{1}{2}(\sin(A-B) + \sin(A+B)) \tag{4}$$

$$\sin A \sin B = \frac{1}{2}(\cos(A-B) - \cos(A+B)) \tag{5}$$

Transformées de FOURIER

$$rect(\frac{t}{T}) \leftrightarrow T\, sinc(fT) \tag{6}$$

$$sinc(2Wt) \leftrightarrow \frac{1}{2W}\, rect(\frac{f}{2W}) \tag{7}$$

$$e^{-at}u(t),\ a>0 \leftrightarrow \frac{1}{a+2\pi jf} \tag{8}$$

$$e^{-a|t|},\ a>0 \leftrightarrow \frac{2a}{a^2+(2\pi f)^2} \tag{9}$$

$$e^{-\pi t^2} \leftrightarrow e^{-\pi f^2} \tag{10}$$

$$\delta(t) \leftrightarrow 1 \tag{11}$$

$$1 \leftrightarrow \delta(f) \tag{12}$$

$$\delta(t-t_0) \leftrightarrow e^{-2\pi jft_0} \tag{13}$$

$$e^{2\pi jf_ct} \leftrightarrow \delta(f-f_c) \tag{14}$$

$$\cos(2\pi f_ct) \leftrightarrow \frac{1}{2}\left[\delta(f-f_c)+\delta(f+f_c)\right] \tag{15}$$

$$\sin(2\pi f_ct) \leftrightarrow \frac{1}{2j}\left[\delta(f-f_c)-\delta(f+f_c)\right] \tag{16}$$

$$sgn(t) \leftrightarrow \frac{1}{\pi jf} \tag{17}$$

$$\frac{1}{\pi t} \leftrightarrow -j\, sgn(f) \tag{18}$$

$$\sum_{i=-\infty}^{+\infty}\delta(t-iT_0) \leftrightarrow \frac{1}{T_0}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(f-\frac{n}{T_0}) \tag{19}$$

1. Une antenne terrestre reçoit un message en provenance de l'espace. La puissance à la réception vaut $-100\ [dBW]$ et la fréquence du signal est de $16\ [GHz]$. Or, les spécialistes de la NASA ont pu détecter un vaisseau (à $50000\ [km]$ de la terre) qui, selon toute vraissemblance, serait l'émetteur du message.

   On suppose que l'antenne de réception présente un défaut d'alignement de 3 degrés et que l'antenne de réception est parfaitement alignée. Comme pertes supplémentaires, on ne tiendra compte que de l'affaiblissement en espace libre et des pertes atmosphériques. Les pertes atmosphériques sont évaluées à $0,3\ [dB]$. On a également pu estimer que le ϑ_{3dB} de l'antenne d'émission valait $1,5$ degrés.

   L'antenne de réception a une efficacité de $0,62$ et un diamètre de $5\ [m]$.

   (a) Déterminez l'affaiblissement dû à la distance.

   (b) Déterminez le gain de l'antenne de réception.

   (c) Calculez le P.I.R.E en $[dBW]$ et en $[dBm]$.

   <u>Pour rappel :</u>

$$\theta_{3dB}[^\circ] = 70\,\frac{\lambda}{D}$$

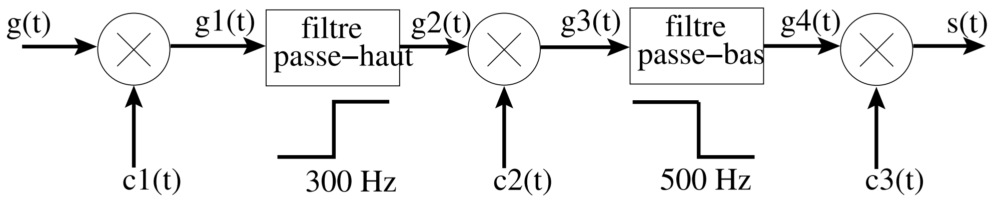
$$G(\alpha)\,[dB] = G_{\max}[dB] - 12\left(\frac{\alpha}{\theta_{3dB}}\right)^2$$

2. Un signal stochastique $Y(t)$ est obtenu par différence entre $X(t)$ et ce signal $X(t)$ au temps $t - T$. De même, on produit $Z(t)$ par la sommation d'un signal d'entrée et ce signal d'entrée au temps $t - T$.
   $X(t)$ est supposé stationnaire au sens large ; sa fonction d'autocorrélation et sa densité spectrale sont respectivement notés $\Gamma_{XX}(\tau)$ et $\gamma_X(f)$.
   (a) Déterminez analytiquement la densité spectrale de $\gamma_Y(f)$.
   (b) Déterminez analytiquement la densité spectrale de $\gamma_Z(f)$.
   (c) Dessinez l'allure de $\gamma_Y(f)$ et $\gamma_Z(f)$ lorsque $X(t)$ est un bruit blanc d'amplitude V, limité spectralement à la bande de fréquences $[0, \frac{1}{2T}]$.
   (d) Imaginons à présent que le signal d'entrée $X(t)$ soit à $A\cos(2\pi f_b t + \Theta)$ où A est une amplitude constante et Θ une phase aléatoire uniformément répartie sur l'intervalle $[-\pi, \pi]$.

       Ce signal est-il stationnaire ? Si non, comment stationnarise-t-on ce genre de signal ?
   (e) Déterminez la puissance du signal stochastique après application de l'effet de $Y()$ suivi de l'effet de $Z()$ lorsque le signal d'entrée est $A\cos(2\pi f_b t + \Theta)$ où A est une amplitude constante, Θ une phase aléatoire uniformément répartie sur l'intervalle $[-\pi, \pi]$ et $f_b = \frac{1}{8T}$.

3. **[Théorie]**
   Soyez le plus complet possible et veillez à donner la signification de tous les acronymes que vous utilisez.
   (a) Dessinez l'architecture d'un réseau GSM.
   (b) Définissez la notion d'efficacité spectrale.
   (c) Quelle est l'onde de mise en forme utilisée pour la transmission de données par paires torsadées conforme à la norme Ethernet ?
   (d) Quelle est donc la largeur de bande d'un signal Ethernet à $10\,[Mb/s]$? Argumentez votre réponse.

4. Soit le système suivant



Les signaux des mélangeurs sont respectivement :
- $c1(t) = \cos(2\pi 300t)$,
- $c2(t) = \cos(2\pi 500t)$ et
- $c3(t) = \cos(2\pi 600t)$.

On injecte le signal suivant à l'entrée de ce système :

$$g(t) = 3\cos(2\pi 100t) + \cos(2\pi 200t)$$

(a) Déterminez et dessinez le spectre du signal g(t).

(b) Déterminez **analytiquement** ou **graphiquement** le spectre des signaux $g_1(t)$, $g_2(t)$, $g_3(t)$, $g_4(t)$ et $s(t)$.

Plutôt que de travailler en analogique, on décide de passer au numérique.

(c) Quelle est la fréquence minimale d'échantillonnage de $g(t)$?

(d) Si on décide d'échantillonner g(t) à 1000 Hz et qu'on le quantifie sur 4 bits :
   i. Dessinez la courbe de quantification.
   ii. Calculez le débit binaire.

(e) Calculez la bande passante de ce signal modulé avec une modulation PAM-4.

(f) Quels sont, à votre avis, les avantages et inconvénients majeurs d'un passage au numérique.