Formulaire

Relations trigonométriques

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B \tag{1}$$

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B \tag{2}$$

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2}(\cos(A-B) + \cos(A+B)) \tag{3}$$

$$\sin A \cos B = \frac{1}{2}(\sin(A-B) + \sin(A+B)) \tag{4}$$

$$\sin A \sin B = \frac{1}{2}(\cos(A-B) - \cos(A+B)) \tag{5}$$

Transformées de FOURIER

$$rect(\frac{t}{T}) \qquad T\,sinc(fT) \tag{6}$$

$$sinc(2Wt) \qquad \tfrac{1}{2W}rect(\tfrac{f}{2W}) \tag{7}$$

$$e^{-at}u(t),\ a>0 \qquad \tfrac{1}{a+2\pi jf} \tag{8}$$

$$e^{-a|t|},\ a>0 \qquad \tfrac{2a}{a^2+(2\pi f)^2} \tag{9}$$

$$e^{-\pi t^2} \qquad e^{-\pi f^2} \tag{10}$$

$$\delta(t) \qquad 1 \tag{11}$$

$$1 \qquad \delta(f) \tag{12}$$

$$\delta(t-t_0) \qquad e^{-2\pi jft_0} \tag{13}$$

$$e^{2\pi jf_ct} \qquad \delta(f-f_c) \tag{14}$$

$$\cos(2\pi f_ct) \qquad \tfrac{1}{2}[\delta(f-f_c)+\delta(f+f_c)] \tag{15}$$

$$\sin(2\pi f_ct) \qquad \tfrac{1}{2j}[\delta(f-f_c)-\delta(f+f_c)] \tag{16}$$

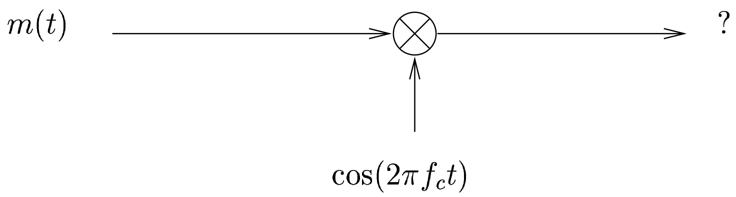
$$sgn(t) \qquad \tfrac{1}{\pi jf} \tag{17}$$

$$\frac{1}{\pi t} \qquad -jsgn(f) \tag{18}$$

$$u(t) \qquad \tfrac{1}{2}\delta(f)+\tfrac{1}{2\pi jf} \tag{19}$$

$$\sum_{i=-\infty}^{+\infty}\delta(t-iT_0) \qquad \tfrac{1}{T_0}\textstyle\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(f-\tfrac{n}{T_0}) \tag{20}$$

1. **[Théorie]** On s'intéresse au fonctionnement d'un mélangeur tel que représenté ci-après



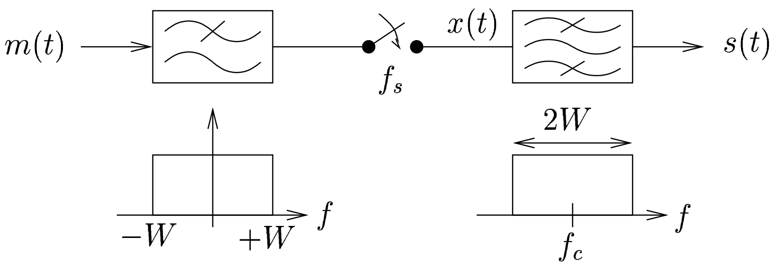
   (a) Que vaut le spectre du signal de sortie lorsque $m(t)$ est un signal déterministe ?

   (b) Définissez les notions de stationnarité au sens strict et au sens large.

   (c) Que vaut la fonction d'autocorrélation du signal de sortie lorsque le signal $m(t)$ est stochastique ?

   (d) Comment faites-vous en pratique pour calculer la densité spectrale de puissance du signal de sortie ?

2. Soit le circuit de modulation suivant :



où $m(t)$ est un signal NRZ dont la durée d'un bit est notée T_b.

Le premier élément de la chaîne est un filtre passe-bas idéal, le second est un échantillonneur idéal (f_s = fréquence d'échantillonnage) et le dernier, un filtre passe-bande idéal centré sur la fréquence f_c.

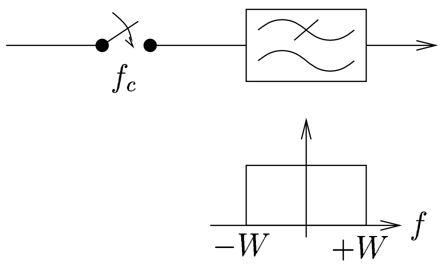
(a) À quoi sert le filtre passe-bas à l'entrée du modulateur ?

(b) Déterminez la valeur de W.

(c) Exprimez, en fonction de W fixé, les valeurs admissibles pour f_s.

(d) Déterminez, en fonction de f_s, les valeurs admissibles pour f_c de telle sorte que le signal $s(t)$ corresponde à une modulation connue. Dessinez les spectres de $x(t)$ et de $s(t)$. De quelle technique de modulation s'agit-il ?

(e) Par raisonnement, déterminez à quoi pourrait servir le circuit suivant :

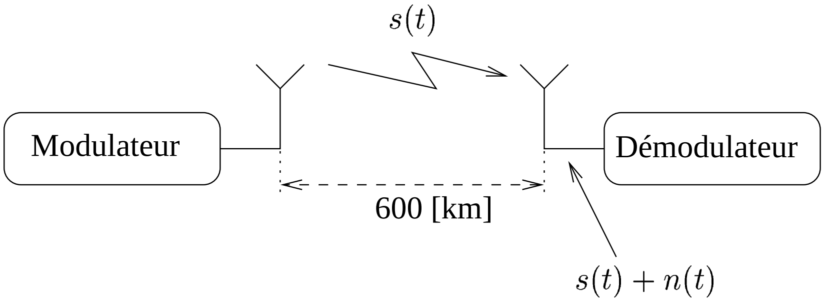


3. **[Théorie]** Dans le livre *Rainbow Six* ** de Tom CLANCY, en bas de page 47, on peut lire :

    ```
    BLU, bande latérale unique (ou SSB, Single Side
    Band) : système de transmission radio à longue
    distance permettant, en s'affranchissant de la
    fréquence porteuse (reconstituée par le récep-
    teur à l'arrivée du signal), de doubler le spectre
    utilisable puisque, sur une même fréquence, on
    peut transmettre des signaux en bande latérale
    supérieure (USB/BLS) et inférieure (LSB/BLI),
    mais surtout d'accroître la portée pour une même
    puissance émise, tout en bénéficiant d'une meilleure
    résistance au bruit.
    ```

    Indiquez et commentez toutes les imprécisions ou erreurs contenues dans ce texte.

4. On considère une transmission radio FM dont le schéma est représenté à la figure suivante :



Les caractéristiques du signal FM $s(t)$ sont les suivantes :
- excursion de fréquence = 100 [kHz]
- indice de modulation = 5
- fréquence porteuse = 200 [MHz]

À l'entrée du démodulateur, un bruit blanc $n(t)$, caractérisé par une densité spectrale $N_0 = 1,5 \times 10^{-20}\,[W/Hz]$, vient s'ajouter au signal utile.

(a) Étant donné qu'un rapport de puissance signal sur bruit minimum de 30 dB à l'entrée du démodulateur est nécessaire, déterminez la puissance du signal utile minimale à l'entrée du démodulateur.

(b) La puissance du signal utile est à présent fixée à 10^{-14} [W]. L'antenne de réception est supposée isotrope tandis que l'antenne d'émission présente une aire effective de 1,2 [m^2]. Calculez la puissance d'émission en [W], [dBW] et [dBm].

5. On considère une suite de données binaires émises à une cadence f_b. L'onde de mise en forme choisie est

$$\phi(t) = \begin{cases} \cos\left(\frac{2\pi t}{T_b}\right) & t \in \left[-\frac{T_b}{2}, +\frac{T_b}{2}\right] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

   (a) Calculez la densité spectrale de puissance en choisissant une mise en forme à double polarité et dans l'hypothèse de signaux binaires équiprobables.

   (b) Dessinez cette densité spectrale.

   (c) Que vaut la composante continue de cette densité spectrale ?

   (d) Évaluez (par raisonnement) l'efficacité spectrale de la représentation.

   <u>Remarque</u> :
   Pour rappel, la densité spectrale de puissance vaut

$$\gamma_g(f) = \|\Phi(f)\|^2 \frac{1}{T} \left[\sigma_A^2 + \mu_A^2 \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{T}\delta(f - \frac{m}{T})\right]$$