

## Formulaire

### Relations trigonométriques

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B \quad (1)$$

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B \quad (2)$$

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2}(\cos(A - B) + \cos(A + B)) \quad (3)$$

$$\sin A \cos B = \frac{1}{2}(\sin(A - B) + \sin(A + B)) \quad (4)$$

$$\sin A \sin B = \frac{1}{2}(\cos(A - B) - \cos(A + B)) \quad (5)$$

### Transformées de FOURIER

$$\text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \quad T \text{sinc}(fT) \quad (6)$$

$$\text{sinc}(2Wt) \quad \frac{1}{2W} \text{rect}\left(\frac{f}{2W}\right) \quad (7)$$

$$e^{-at}u(t), a > 0 \quad \frac{1}{a+2\pi jf} \quad (8)$$

$$e^{-a|t|}, a > 0 \quad \frac{2a}{a^2+(2\pi f)^2} \quad (9)$$

$$e^{-\pi t^2} \quad e^{-\pi f^2} \quad (10)$$

$$\delta(t) \quad 1 \quad (11)$$

$$1 \quad \delta(f) \quad (12)$$

$$\delta(t - t_0) \quad e^{-2\pi jft_0} \quad (13)$$

$$e^{2\pi jfc t} \quad \delta(f - f_c) \quad (14)$$

$$\cos(2\pi f_c t) \quad \frac{1}{2}[\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] \quad (15)$$

$$\sin(2\pi f_c t) \quad \frac{1}{2j}[\delta(f - f_c) - \delta(f + f_c)] \quad (16)$$

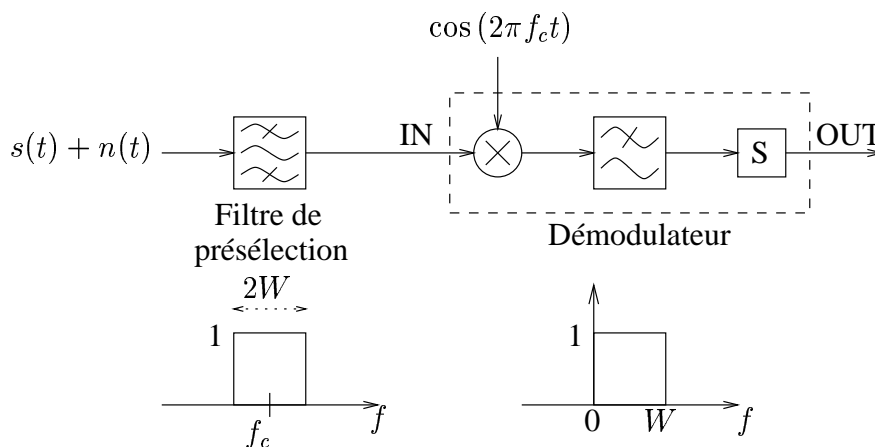
$$\text{sgn}(t) \quad \frac{1}{\pi jf} \quad (17)$$

$$\frac{1}{\pi t} \quad -j \text{sgn}(f) \quad (18)$$

$$u(t) \quad \frac{1}{2}\delta(f) + \frac{1}{2\pi jf} \quad (19)$$

$$\sum_{i=-\infty}^{+\infty} \delta(t - iT_0) \quad \frac{1}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_0}\right) \quad (20)$$

1. On désire étudier les performances d'un démodulateur AM vis à vis du bruit. Considérons le schéma de démodulation suivant :



Étant donné le signal modulant  $m(t)$ , le signal modulé est donné par

$$s(t) = A_c (1 + k_a m(t)) \cos(2\pi f_c t)$$

On supposera que  $m(t)$  est la réalisation d'un processus aléatoire stationnaire de moyenne nulle et dont la densité spectrale de puissance  $\gamma_m(f)$  est limitée à l'intervalle  $[-W, +W]$ . Sa puissance vaut  $P_m$ .

Le signal reçu, composé du signal modulé et d'un bruit blanc additif gaussien  $n(t)$  de densité spectrale de puissance  $N_0/2$ , est tout d'abord filtré par un filtre passe-bande de bande  $[f_c - W, f_c + W]$ . Après pré-filtrage, le signal passe au travers d'un démodulateur synchrone composé d'un mélangeur, d'un filtre passe-bas et d'un supprimeur S de composante continue idéal.

On définit le rapport signal à bruit (noté  $SNR$ ) en un point d'un système comme le rapport entre la puissance moyenne du signal utile et la puissance du bruit en ce point :

$$SNR = \frac{\text{Puissance moyenne du signal utile}}{\text{Puissance du bruit}}$$

les deux puissances étant calculées au même point.

- Quel est le rôle du premier filtre ?
- Calculez le rapport signal sur bruit  $(SNR)_{IN}$  à l'entrée du démodulateur.
- Calculez le rapport signal sur bruit  $(SNR)_{OUT}$  à la sortie du démodulateur.
- Un récepteur est caractérisé par sa figure de mérite définie par

$$F = (SNR)_{OUT} / (SNR)_{IN}$$

Calculez la figure de mérite du récepteur AM étudié plus haut. Sur quel paramètre de la modulation pourriez-vous jouer pour modifier la figure de mérite de ce récepteur ?

2. Un important théorème de SHANNON précise qu'il est possible, dans le cas d'un canal additif gaussien, de calculer la capacité  $C$  d'un canal exprimée en [b/s] telle que, pour tout débit binaire  $f_b$  inférieur à  $C$ , la probabilité d'erreur sur bits tende vers 0. Cette capacité vaut

$$C = B \log_2 \left( 1 + \frac{S}{N} \right)$$

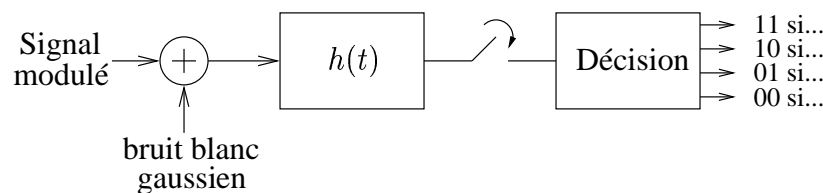
où  $B$  est la largeur de bande du canal et  $S/N$  le rapport signal à bruit des puissances à l'entrée du récepteur.

- (a) Exprimez la capacité d'un canal dans le cas d'un récepteur NRZ pour un débit de 1 [kb/s] et un rapport  $\frac{E_b}{N_0} = 35$  [dB].
- (b) Que vaut le rapport  $\frac{E_b}{N_0}$  (en [dB]) lorsque  $B \rightarrow \infty$  ?
- (c) Citez les noms des 4 couches inférieures du modèle OSI.

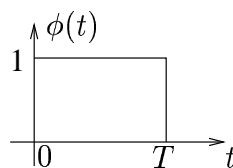
*Formulaire spécifique :*

$$\log_2 x = \frac{\log_a x}{\log_a 2}$$
$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots \quad \text{pour } |x| \leq 1$$

3. Considérez une modulation en bande de base du type PAM à 4 niveaux de tension. Le schéma du démodulateur utilisé est le suivant



où le filtre  $h(t)$  est adapté à l'impulsion de mise en forme  $\phi(t)$  de durée  $T$  et d'amplitude unitaire.



Un bruit blanc gaussien de densité spectrale de puissance égale à  $N_0/2$  est présent à l'entrée du filtre adapté. Le détail de la modulation PAM-4 utilisée est donné dans le tableau suivant

Symbole	Probabilité d'émission	Mise en forme
00	0,25	$-\alpha V \phi(t)$
01	0,25	$-V \phi(t)$
10	0,25	$+V \phi(t)$
11	0,25	$+\alpha V \phi(t)$

et le débit de transmission est égal à  $(2/T)$  bits/secondes. Dans un premier temps, on considère  $\alpha = 2$ .

- Dessinez la sortie du filtre adapté pour la séquence d'entrée 011101010011. Différenciez les deux cas où le filtre est implémenté par *convolution* et par *intégration*.
- Étant donné que le symbole 10 a été transmis, déterminez la probabilité de commettre une erreur de décision. Exprimez cette probabilité d'erreur en fonction de  $T$ ,  $N_0$  et  $V$ .
- Que vaut la probabilité calculée en (b) lorsque  $\alpha = 10$  ?
- Commentez le choix des valeurs des amplitudes des symboles (avec  $\alpha = 2$ ).

Pour rappel,

$$\operatorname{erfc}(u) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_u^{+\infty} e^{-z^2} dz$$

4. Dans une transmission radio numérique, on désire assurer une couverture dans un rayon de 50 [km] autour de l'antenne émettrice. Le niveau du champ électrique minimum requis pour avoir une réception de qualité a été fixé à 2 [mV/m]. L'antenne émettrice présente une aire effective de 1,4 [ $m^2$ ] et la fréquence de l'onde porteuse est égale à 100 [MHz].
- (a) Déterminez la Puissance Isotrope Rayonnée Équivalente (PIRE) nécessaire pour assurer la couverture voulue.
  - (b) Calculez la gain de l'antenne d'émission.
  - (c) Sachant que l'on se donne une marge de 3 [dB] afin de palier aux problèmes de transmission liés aux intempéries fréquentes dans cette région, calculez la puissance de l'émetteur.
  - (d) Calculez la puissance reçue par un récepteur situé à 30 km de l'émetteur et présentant un gain d'antenne de 2 [dB].