

## Formulaire

### Relations trigonométriques

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B \quad (1)$$

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B \quad (2)$$

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2}(\cos(A - B) + \cos(A + B)) \quad (3)$$

$$\sin A \cos B = \frac{1}{2}(\sin(A - B) + \sin(A + B)) \quad (4)$$

$$\sin A \sin B = \frac{1}{2}(\cos(A - B) - \cos(A + B)) \quad (5)$$

### Transformées de FOURIER

$$\text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \quad T \text{ sinc}(fT) \quad (6)$$

$$\text{sinc}(2Wt) \quad \frac{1}{2W} \text{rect}\left(\frac{f}{2W}\right) \quad (7)$$

$$e^{-at}u(t), a > 0 \quad \frac{1}{a+2\pi jf} \quad (8)$$

$$e^{-a|t|}, a > 0 \quad \frac{2a}{a^2+(2\pi f)^2} \quad (9)$$

$$e^{-\pi t^2} \quad e^{-\pi f^2} \quad (10)$$

$$\delta(t) \quad 1 \quad (11)$$

$$1 \quad \delta(f) \quad (12)$$

$$\delta(t - t_0) \quad e^{-2\pi jft_0} \quad (13)$$

$$e^{2\pi jfct} \quad \delta(f - f_c) \quad (14)$$

$$\cos(2\pi fct) \quad \frac{1}{2}[\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] \quad (15)$$

$$\sin(2\pi fct) \quad \frac{1}{2j}[\delta(f - f_c) - \delta(f + f_c)] \quad (16)$$

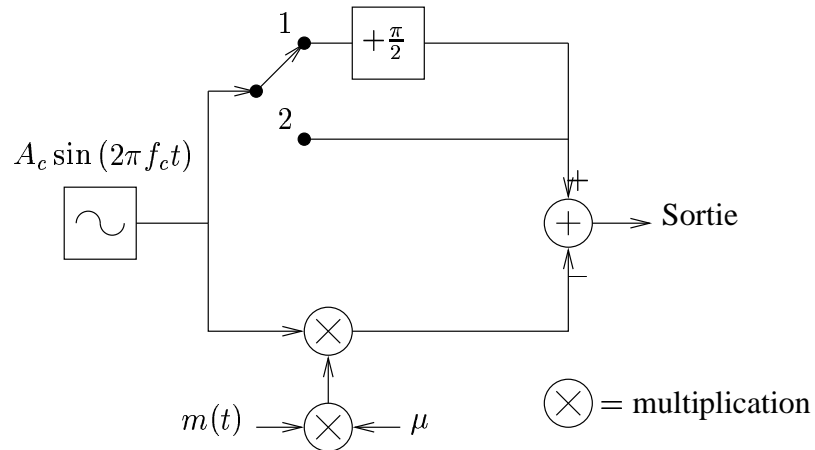
$$\text{sgn}(t) \quad \frac{1}{\pi jf} \quad (17)$$

$$\frac{1}{\pi t} \quad -j \text{sgn}(f) \quad (18)$$

$$u(t) \quad \frac{1}{2}\delta(f) + \frac{1}{2\pi jf} \quad (19)$$

$$\sum_{i=-\infty}^{+\infty} \delta(t - iT_0) \quad \frac{1}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_0}\right) \quad (20)$$

1. Considérez le circuit de la figure suivante :



où  $m(t)$  est un signal que l'on désire moduler et  $\mu$  une constante.

- (a) En supposant que  $|\mu m(t)| \ll 1$ , montrez que si l'interrupteur est en position 1, la sortie du circuit correspond à une modulation angulaire à bande étroite. S'agit-il d'une modulation de phase ou de fréquence ?
- (b) Déterminez le spectre du signal modulé ainsi obtenu.
- (c) Si l'interrupteur est en position 2, quel type de signal obtient-on à la sortie du circuit ? Comparez son spectre à celui du signal précédent.

2. Une antenne montée sur un satellite géostationnaire, alimentée par une puissance de 10 [W], émet à une fréquence de 13 [GHz] en direction d'une antenne terrestre avec laquelle elle est en parfait alignement. La station terrestre en question est équipée d'une antenne de 3 [m] de rayon, située à une distance de 40000 [km] et présentant un défaut d'alignement de  $0,2^\circ$ . La puissance reçue par la station terrestre est de 25 [pW]. L'affaiblissement dû au passage de l'onde électro-magnétique à travers l'atmosphère est égale à 0,3 [dB]. L'efficacité  $\eta$  de l'antenne terrestre est de 0,59 tandis que celle du satellite est de 0,55. Pour rappel,

$$L_{\text{alignement}} = 12 \left( \frac{\alpha D f}{70c} \right)^2$$

où  $L_{\text{alignement}}$  est exprimé en [dB] et  $\alpha$  en [ $^\circ$ ].

- Donnez l'expression de la puissance isotrope rayonnée équivalente en fonction des paramètres présents dans l'énoncé.
- Donnez l'expression de la puissance reçue en fonction des paramètres présents dans l'énoncé.
- Déterminez la valeur numérique de l'affaiblissement en espace libre. Exprimez-la en [dB].
- Déterminez la valeur numérique du gain de l'antenne montée sur le satellite. Exprimez-la en [dB].

3. En vue de sa transmission en bande de base, on désire échantillonner, quantifier et coder un signal  $m(t)$  dont la fonction d'autocorrélation est donnée par

$$\Gamma_{mm}(\tau) = \frac{3(0.001)^2}{(0.001)^2 + (2\pi\tau)^2}$$

N'étant pas à bande limitée, on réalise un pré-filtrage du signal de telle sorte que le signal filtré conserve 90% de la puissance du signal de départ.

- (a) Quelle est la puissance en [W], [dBW] et [dBm] du signal  $m(t)$  avant filtrage ?
- (b) Déterminez la fréquence d'échantillonnage minimum à utiliser.
- (c) Étant donné un rapport signal-bruit de quantification minimum de 30 [dB], déterminez le nombre de bits à attribuer par échantillon sachant que l'amplitude maximum du signal filtré est égale à 4 [V].
- (d) Le signal  $m(t)$  est échantillonné à la fréquence de 5 [kHz]. Déterminez le débit binaire de la transmission.
- (e) Si l'onde PCM obtenue est transmise en utilisant un codage de MANCHES-TER, déterminez la bande passante minimum du canal de transmission.

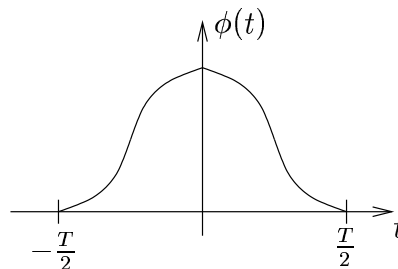
4. Pour transmettre une onde PCM binaire présentant un débit  $R_b = 1/T$ , on utilise une modulation en bande de base utilisant une impulsion de mise en forme  $\phi(t)$  en cosinus surélevé afin de limiter au maximum les interférences inter-symboles. Les caractéristiques de la modulation sont les suivantes :

Symbole	Représentation physique	Probabilité d'émission
1	$+\phi(t)$ [V]	2/3
0	$-\phi(t)$ [V]	1/3

où  $\phi(t)$  est donnée par

$$\phi(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) & \text{si } |t| \leq T/2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

et représentée graphiquement par



- Déterminez la densité spectrale de puissance du signal modulé sachant que les symboles sont non-corrélés.
- Déterminez la bande passante du signal modulé et comparez-la à celle de la modulation NRZ de la même onde PCM.

Remarque :

Pour rappel, la densité spectrale de puissance vaut

$$\gamma_g(f) = \|\Phi(f)\|^2 \frac{1}{T} \left[ \sigma_A^2 + \mu_A^2 \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{T} \delta\left(f - \frac{m}{T}\right) \right]$$