

## Formulaire

### Relations trigonométriques

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B \quad (1)$$

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B \quad (2)$$

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2}(\cos(A - B) + \cos(A + B)) \quad (3)$$

$$\sin A \cos B = \frac{1}{2}(\sin(A - B) + \sin(A + B)) \quad (4)$$

$$\sin A \sin B = \frac{1}{2}(\cos(A - B) - \cos(A + B)) \quad (5)$$

### Transformées de FOURIER

$$\text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \leftrightarrow T \text{sinc}(fT) \quad (6)$$

$$\text{sinc}(2Wt) \leftrightarrow \frac{1}{2W} \text{rect}\left(\frac{f}{2W}\right) \quad (7)$$

$$e^{-at}u(t), a > 0 \leftrightarrow \frac{1}{a + 2\pi jf} \quad (8)$$

$$e^{-a|t|}, a > 0 \leftrightarrow \frac{2a}{a^2 + (2\pi f)^2} \quad (9)$$

$$e^{-\pi t^2} \leftrightarrow e^{-\pi f^2} \quad (10)$$

$$\delta(t) \leftrightarrow 1 \quad (11)$$

$$1 \leftrightarrow \delta(f) \quad (12)$$

$$\delta(t - t_0) \leftrightarrow e^{-2\pi jft_0} \quad (13)$$

$$e^{2\pi jft} \leftrightarrow \delta(f - f_c) \quad (14)$$

$$\cos(2\pi fct) \leftrightarrow \frac{1}{2}[\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] \quad (15)$$

$$\sin(2\pi fct) \leftrightarrow \frac{1}{2j}[\delta(f - f_c) - \delta(f + f_c)] \quad (16)$$

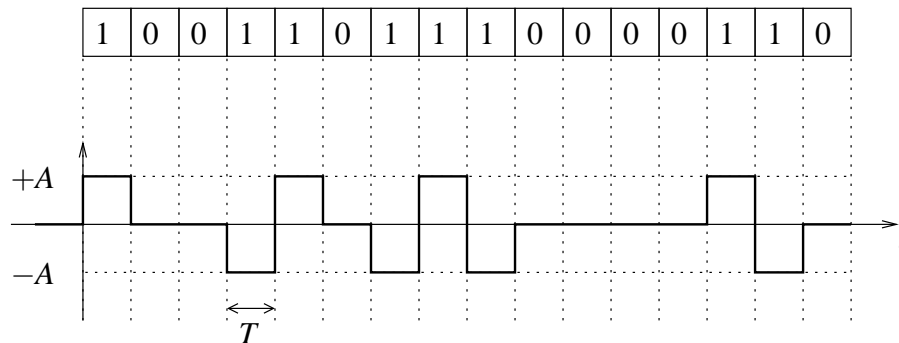
$$\text{sgn}(t) \leftrightarrow \frac{1}{\pi jf} \quad (17)$$

$$\frac{1}{\pi t} \leftrightarrow -j \text{sgn}(f) \quad (18)$$

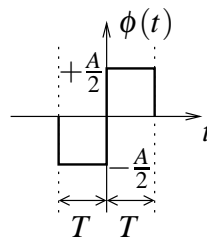
$$\sum_{i=-\infty}^{+\infty} \delta(t - iT_0) \leftrightarrow \frac{1}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_0}\right) \quad (19)$$

1. (a) Établissez l'expression de la transmittance d'un canal de propagation comprenant un trajet direct et un trajet réfléchi.  
(b) En quoi ce canal diffère-t-il du canal idéal ? Commentez votre réponse.
  
2. Pour cette question, on s'intéresse à la modulation de fréquences analogique.
  - (a) Faites le calcul complet de l'analyse fréquentielle de la modulation de fréquences analogique pour un signal modulant cosinusoidal  $A_c \cos(2\pi f_c t)$ .
  - (b) Que vaut la largeur de bande ?
  - (c) Que vaut la largeur de bande pour un signal modulant sinusoidal  $A_c \sin(2\pi f_c t)$  ? Argumentez votre réponse.

3. Le codage en ligne de type bipolaire AMI (Alternate Mark Inversion) NRZ utilise trois niveaux de tension pour coder les symboles binaires "0" et "1". Le "0" est représenté par 0 Volt tandis qu'un "1" est représenté alternativement par  $+A$  et  $-A$  Volt (la figure ci-dessous montre un exemple de signal AMI NRZ). La fonction de mise en forme est une impulsion rectangulaire de durée  $T$ .



Le calcul de la densité spectrale de puissance (DSP) ne peut pas se faire via la formule classique (voir rappel au point b) car celle-ci suppose que les niveaux des symboles successifs soient non-corrélés or, dans le codage AMI NRZ, le niveau représentant un "1" ( $+A$  ou  $-A$ ) dépend du niveau du "1" précédent. Une manière correcte de calculer cette DSP est d'inclure cette dépendance des niveaux dans la fonction de mise en forme et d'utiliser la formule classique. Cette nouvelle fonction de mise en forme est la suivante :



avec 2 états d'amplitude possibles qui sont "+1" et "-1".

- (a) Montrez et expliquez par des graphiques comment construire un signal AMI NRZ avec cette fonction de mise en forme pour la suite binaire suivante : 1011001. (Remarque : la durée d'un symbole est  $T$  et la durée de  $\phi(t)$  est bien  $2T$ ).
- (b) Calculez la DSP du signal AMI NRZ dans l'hypothèse où les symboles "0" et "1" sont équiprobables et non-corrélés en utilisant  $\phi(t)$  donnée ci-dessus et les 2 états d'amplitude "+1" et "-1".

Rappel : la densité spectrale de puissance se calcule au moyen de l'expression suivante

$$\gamma_g(f) = \|\Phi(f)\|^2 \frac{1}{T} \left[ \sigma_A^2 + \mu_A^2 \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{T} \delta\left(f - \frac{m}{T}\right) \right] \quad (20)$$

- (c) Si on ne tient pas compte de la dépendance entre niveaux successifs, recalculez la DSP de manière "naïve", c'est-à-dire comme s'il y avait 3 symboles "0", "+1" et "-1" de probabilités respectives  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$  et  $\frac{1}{4}$ , et avec une fonction de mise en forme rectangulaire de durée  $T$ . Comparez et expliquez les différences avec la DSP correcte.

- (d) La DSP d'un signal Manchester à débit binaire équivalent est donnée ci-dessous :

$$\gamma_g(f) = A^2 T \operatorname{sinc}^2\left(\frac{fT}{2}\right) \sin^2\left(\frac{\pi fT}{2}\right) \quad (21)$$

Comparez et expliquez les différences avec la DSP de l'AMI NRZ.

- (e) Citez les avantages et inconvénients de l'AMI NRZ par rapport au code de Manchester et proposez des solutions pour contrer ces éventuels inconvénients (pensez au cas d'une suite binaire pathologique).
4. (a) Établissez l'expression du filtre adapté (avec calculs intermédiaires et commentaires).  
(b) Un filtre adapté est-il causal ?

5. Des satellites à basse altitude ( $1400 [km]$ ) sont prévus pour des liaisons mobiles directes avec des terminaux à antenne isotrope fonctionnant à la fréquence de  $30 [GHz]$ . L'antenne à bord d'un satellite est du type parabolique avec un diamètre de  $3 [m]$ . Pour le dimensionnement, nous considérons le cas défavorable d'un défaut d'alignement d'émission  $\alpha_E$  égal à  $\theta_{3dB}/2$ . Les pertes dues à l'atmosphère sont estimées à  $0,3 [dB]$ . Les pertes dans les circuits d'émissions sont de  $1 [dB]$ . Les pertes dans les circuits de réception sont de  $0,15 [dB]$ . Enfin, le niveau de réception minimum requis pour les terminaux vaut  $-110 [dB]$  pour un fonctionnement correct.
- Déterminez l'affaiblissement en espace libre.
  - Déterminez l'ouverture à  $3 [dB]$ , le gain maximum et l'aire effective de l'antenne d'émission si l'efficacité de celle-ci est égale à  $0,6$ .
  - Déterminez la puissance d'émission minimum d'un satellite.
  - Définissez et déterminez le PIRE.
  - Le rapport signal à bruit minimum nécessaire au bon fonctionnement des circuits électroniques des terminaux est de  $10 [dB]$ . Déterminez la bande passante maximum utilisable si la densité spectrale de bruit estimée dans la bande de fréquence considérée est de  $N_0/2 = 5 \times 10^{-19} [W/Hz]$ .
  - Déterminez le débit binaire maximum si la modulation utilisée est une modulation d'amplitude numérique à deux états (porteuse modulée par un signal de type NRZ bipolaire).

Rappels :

$$\theta_{3dB} = 70 \frac{\lambda}{D}$$

$$G_{max} = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{eff}$$