

Formulaire

Relations trigonométriques

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B \quad (1)$$

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B \quad (2)$$

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2}(\cos(A - B) + \cos(A + B)) \quad (3)$$

$$\sin A \cos B = \frac{1}{2}(\sin(A - B) + \sin(A + B)) \quad (4)$$

$$\sin A \sin B = \frac{1}{2}(\cos(A - B) - \cos(A + B)) \quad (5)$$

Transformées de FOURIER

$$\text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \quad T \text{ sinc}(fT) \quad (6)$$

$$\text{sinc}(2Wt) \quad \frac{1}{2W} \text{rect}\left(\frac{f}{2W}\right) \quad (7)$$

$$e^{-at}u(t), a > 0 \quad \frac{1}{a+2\pi jf} \quad (8)$$

$$e^{-a|t|}, a > 0 \quad \frac{2a}{a^2+(2\pi f)^2} \quad (9)$$

$$e^{-\pi t^2} \quad e^{-\pi f^2} \quad (10)$$

$$\delta(t) \quad 1 \quad (11)$$

$$1 \quad \delta(f) \quad (12)$$

$$\delta(t - t_0) \quad e^{-2\pi jft_0} \quad (13)$$

$$e^{2\pi jfc t} \quad \delta(f - f_c) \quad (14)$$

$$\cos(2\pi f_c t) \quad \frac{1}{2}[\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] \quad (15)$$

$$\sin(2\pi f_c t) \quad \frac{1}{2j}[\delta(f - f_c) - \delta(f + f_c)] \quad (16)$$

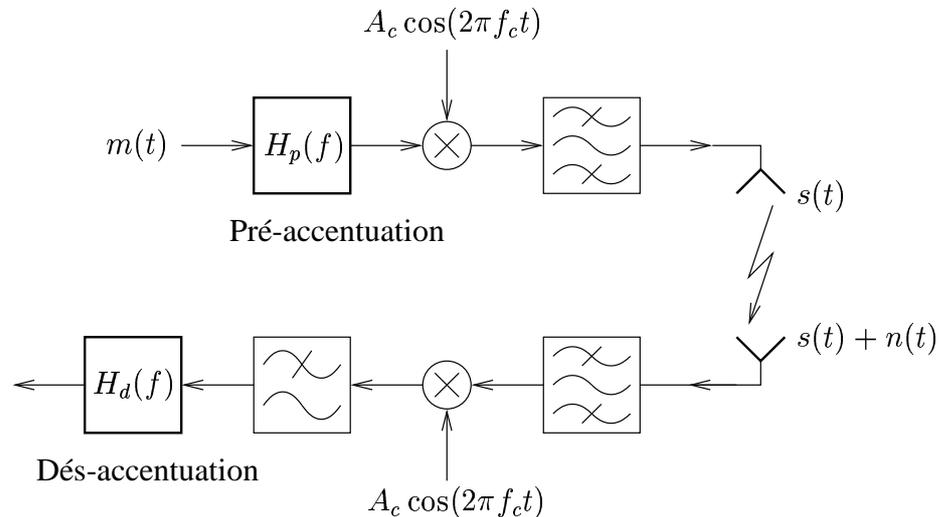
$$\text{sgn}(t) \quad \frac{1}{\pi jf} \quad (17)$$

$$\frac{1}{\pi t} \quad -j \text{sgn}(f) \quad (18)$$

$$u(t) \quad \frac{1}{2}\delta(f) + \frac{1}{2\pi jf} \quad (19)$$

$$\sum_{i=-\infty}^{+\infty} \delta(t - iT_0) \quad \frac{1}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_0}\right) \quad (20)$$

1. Dans un système de communication à modulation analogique, on désire réaliser de la *pré*-accentuation afin d'améliorer les performances vis-à-vis du bruit. Le schéma de la chaîne de télécommunications est le suivant :

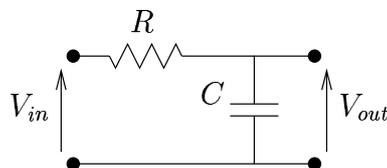


dans lequel un filtre de *pré*-accentuation (de fonction de transfert H_p) et un filtre de *dés*-accentuation (de fonction de transfert H_d) ont été insérés respectivement au niveau de l'émetteur et du récepteur.

Le signal modulant $m(t)$ a une bande passante égale à $[0, W]$.

En outre, le schéma de la communication comporte deux filtres passe-bande identiques dont la bande passante est $[f_c, f_c + W]$ et un filtre passe-bas dont la bande passante est $[0, W]$.

Le canal de transmission est supposé idéal et le signal à l'entrée du démodulateur est composé du signal modulé $s(t)$ augmenté d'un bruit blanc gaussien $n(t)$ de moyenne nulle et de densité spectrale de puissance égale à $N_0/2$. Le filtre de *dés*-accentuation est un filtre RC tel que représenté ci-après



On cherche à caractériser l'effet des filtres de *pré*-accentuation et de *dés*-accentuation.

- Quelle est la modulation analogique utilisée lors de cette communication ?
- Montrez que la fonction de transfert du filtre de *dés*-accentuation est donnée par

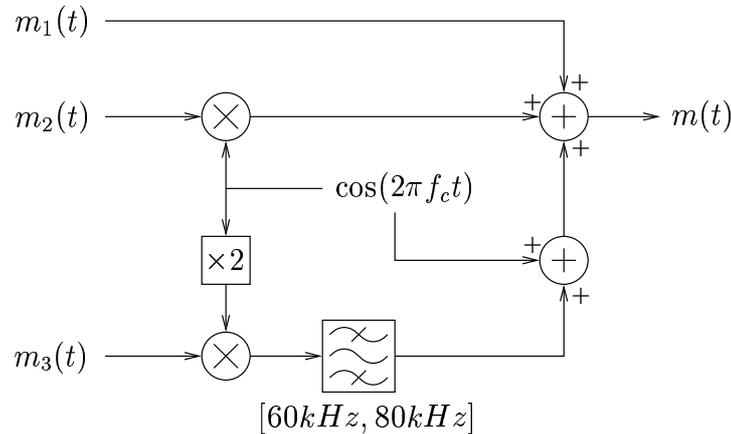
$$H_d(f) = \frac{1}{1 + j \frac{f}{f_0}}$$

Donnez l'expression analytique de f_0 .

- (c) Déterminez l'expression de la fonction de transfert $H_p(f)$ du filtre de *pré*-accentuation afin d'éviter toute distorsion du signal modulant.
- (d) Que valent la densité spectrale de puissance de bruit et la puissance du bruit à la sortie du filtre de *dés*-accentuation.
- (e) On choisit $f_0 = W/4$. Exprimez, en décibels (*dB*), le gain obtenu en terme de rapport signal à bruit ($\frac{S}{N}$) grâce à l'insertion des filtres de *pré*-accentuation et de *dés*-accentuation.

NB : les questions (a) à (d) peuvent être résolues chacune indépendamment.

2. En vue d'une transmission numérique en bande de base, on réalise un signal composite en combinant les signaux $m_1(t)$, $m_2(t)$ et $m_3(t)$, ayant tous la même bande passante $[400 \text{ Hz}, 18000 \text{ Hz}]$, selon le circuit suivant



$\boxed{\times 2}$ = doubleur de fréquence

où $f_c = 40 \text{ [kHz]}$.

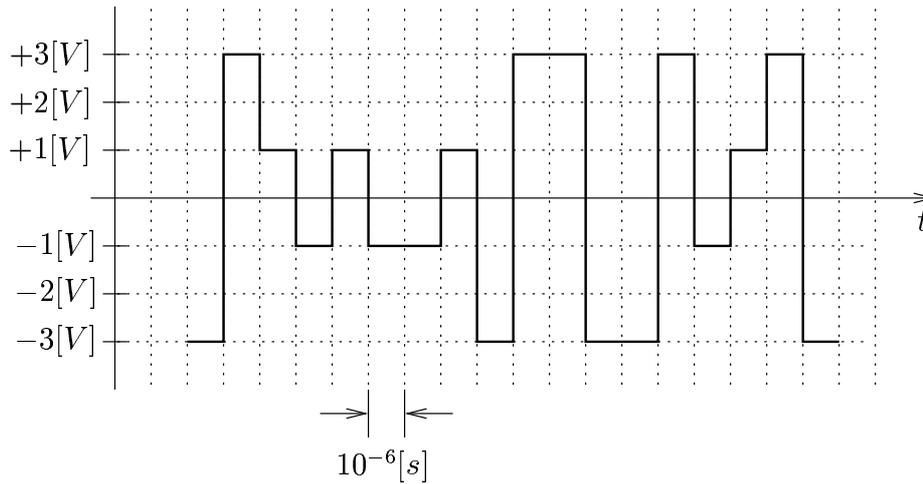
Le signal hybride $m(t)$ présente une dynamique de $[-3 \text{ V}, +3 \text{ V}]$.

Pour la numérisation de $m(t)$, on impose une erreur de quantification maximale de $0,02 \text{ [V]}$. De plus, le concepteur du circuit a choisi une fréquence d'échantillonnage de 200 [kHz] et il a attribué 6 bits par échantillon.

- Le choix de la fréquence d'échantillonnage évite-t-il le repli de spectre ? Justifiez votre réponse.
- Le choix de 6 bits par échantillon respecte-t-il la contrainte sur la quantification ? Justifiez votre réponse.
- Sachant que le canal de transmission présente une bande passante de 500 [kHz] et qu'une mise en forme du type PAM- x ($x = 2, 4, 8, 16, \dots$) est envisagée, déterminez la valeur minimale de x pour que la transmission de l'onde soit possible.
- Supposons que l'on ait choisi la mise en forme PAM-8. Dans ce cas, quel est le débit exprimé en [baud] ?
- Proposez une méthode pour récupérer le signal $m_3(t)$ à partir de $m(t)$.

NB : toutes les sous-questions peuvent être résolues séparément.

3. Lors d'une transmission numérique en bande de base dont le débit est de $1 [Mb/s]$, la séquence binaire 011111000110010010 a été envoyée sur le câble sous la forme suivante



- Quel est le codage utilisé pour cette transmission ?
- Quelle est la bande de base du signal transmis ?
- Déterminez la densité spectrale de puissance du signal en bande de base, en supposant les symboles équiprobables et non-corrélés.
- Pour la séquence binaire donnée ci-dessus, dessinez la sortie du filtre adapté implémenté par *intégration*.

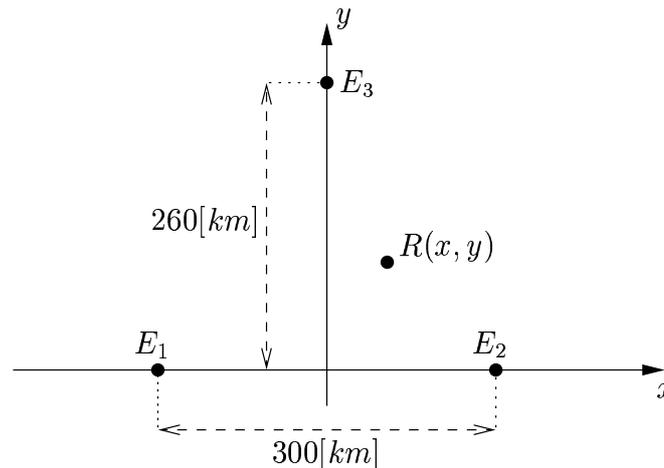
Remarque : pour rappel, la densité spectrale de puissance vaut

$$\gamma_g(f) = \|\Phi(f)\|^2 \frac{1}{T} \left[\sigma_A^2 + \mu_A^2 \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{T} \delta\left(f - \frac{m}{T}\right) \right]$$

4. La question porte sur un système de positionnement au sol par triangulation. Trois émetteurs E_1 , E_2 et E_3 , munis d'antennes identiques dont le gain en $[dB]$ est donné par

$$G[dB] = -156,8 + 20 \log f [Hz]$$

sont positionnés selon le schéma suivant



Ces trois antennes sont alimentées en permanence par un signal cosinusoidal d'amplitude $10 [V]$ et de fréquence respective $f_1 = 150 [MHz]$, $f_2 = 180 [MHz]$ et $f_3 = 210 [MHz]$. Un récepteur mobile R , muni d'une antenne isotrope, est repéré par ses coordonnées (x, y) . Toutes les antennes sont situées dans un même plan.

Pour une position fixée, le récepteur R mesure 3 signaux cosinusoidaux dont les fréquences et les puissances respectives sont données par

Fréquence $[MHz]$	Puissance $[dBm]$
150	-68,8
180	-64
210	-72,7

Pour rappel, la puissance d'un signal cosinusoidal d'amplitude A et de fréquence constante f est égale à $A^2/2$.

- Calculez l'aire effective de l'antenne de chaque émetteur.
- Calculez la puissance isotrope rayonnée équivalente de chaque émetteur.
- Calculez la distance du récepteur R par rapport à chaque émetteur.
- Deux antennes pourraient-elles suffire pour déterminer la position du récepteur R ?
- Déterminez les coordonnées (x, y) du récepteur R dans le système d'axes donné.