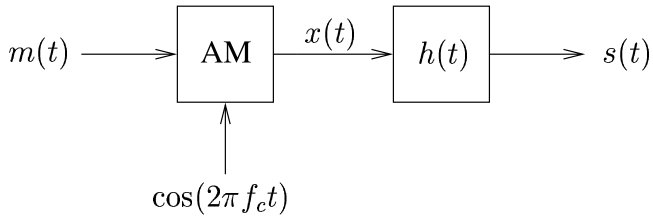
Analyse et conception des systèmes de télécommunications — Examen
N'oubliez pas de mentionner votre nom! — août 2003
Prière de répondre aux questions sur des feuilles séparées!

---

1. Considérez un système de modulation analogique dans lequel le modulateur comporte deux étages, comme l'illustre la figure suivante :



Dans le premier étage de la modulation, la porteuse $\cos(2\pi f_c t)$ est modulée par le signal modulant $m(t)$, de bande passante $[-W, +W]$ et tel que $|m(t)| \leq 1$, pour obtenir le signal AM suivant

$$x(t) = 2\,(1 + m(t))\cos(2\pi f_c t) \tag{1}$$

Dans le second étage de la modulation, le signal $x(t)$ passe au travers d'un filtre h dont la fonction de transfert est donnée par

$$H(f) = \begin{cases} \frac{1}{2}\left\{1 + \sin\left(\frac{\pi(|f| - f_c)}{2W}\right)\right\} & \text{si } |f| \in [f_c - W\ ,\ f_c + W] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{2}$$

Le signal $s(t)$ obtenu à la sortie de ce filtre constitue le signal modulé.

(a) Dessinez la fonction de transfert du filtre $H(f)$. Déduisez-en le type de modulation du signal $s(t)$.

(b) Dessinez la transformée de FOURIER de l'enveloppe complexe du filtre h. Déterminez-en l'expression analytique.

(c) Déterminez l'expression de l'enveloppe complexe $e_x(t)$ du signal $x(t)$. Dans le plan complexe $(x_I,\ x_Q)$, dessinez la trajectoire de l'enveloppe complexe $e_x(t)$ dans le cas particulier d'un signal modulant cosinusoïdal de fréquence $W/3$, c'est-à-dire pour $m(t) = \cos(2\pi(W/3)t)$, et cela pour un cycle complet du signal $m(t)$.

(d) Montrez que le signal modulé $s(t)$ peut se mettre sous la forme

$$s(t) = a\,(1 + m(t))\cos(2\pi f_c t) - b\,(m(t - \tau) - m(t + \tau))\sin(2\pi f_c t) \tag{3}$$

où a, b et τ sont des constantes que vous devez déterminer.

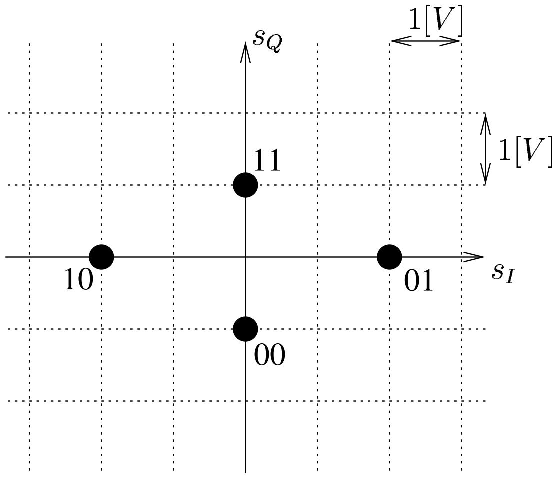
(e) Dans le plan complexe (s_I, s_Q), dessinez la trajectoire de l'enveloppe complexe $e_s(t)$ du signal modulé dans le cas particulier d'un signal modulant cosinusoïdal de fréquence $W/3$, c'est-à-dire pour $m(t) = \cos(2\pi(W/3)t)$, et cela pour un cycle complet du signal $m(t)$. Pouvez-vous dire que l'enveloppe de $s(t)$ est constante ?

Aide :

$$u(t) \otimes v(t) \rightleftharpoons U(f)\,V(f) \tag{4}$$

$$\frac{\delta(t + \alpha) - \delta(t - \alpha)}{2j} \rightleftharpoons \sin(2\pi\alpha f) \tag{5}$$

2. Considérez la modulation linéaire classique dont le diagramme de constellation est donné par



et dont les probabilités d'émission des symboles sont : $p(00) = p(11) = 1/6$, $p(10) = p(01) = 1/3$, les symboles étant non-corrélés. L'impulsion de mise en forme utilisée est une impulsion rectangulaire d'amplitude unitaire et de durée $2T_b$ où T_b est la durée d'un bit.

Le signal modulé résultant peut s'écrire sous la forme

$$s(t) = I(t) - Q(t) \tag{6}$$

avec

$$\begin{cases} I(t) = s_I(t)\,\cos(2\pi f_c t + \varphi) \\ Q(t) = s_Q(t)\,\sin(2\pi f_c t + \varphi) \end{cases} \tag{7}$$

où $s_I(t)$ et $s_Q(t)$ sont respectivement les composantes en phase et en quadrature du signal modulé et φ est une variable aléatoire uniformément répartie sur l'intervalle $[0,\ 2\pi]$.

(a) Fournissez les valeurs des composantes en phase et en quadrature, de l'enveloppe et de la phase du signal modulé pour la séquence binaire suivante : 01011110000110.

(b) Exprimez, en fonction du débit binaire R_b $(= 1/T_b)$, la bande passante du signal modulé.

(c) Calculez la densité spectrale de puissance du signal modulé $s(t)$.

(d) Calculez les densités spectrales de puissance des signaux $I(t)$ et $Q(t)$.

(e) En vous basant sur les résultats obtenus aux deux points précédents, déterminez la relation existant entre les densités spectrales $\gamma_I(f)$, $\gamma_Q(f)$ et $\gamma_s(f)$. Qu'en déduisez-vous sur la corrélation entre les signaux $I(t)$ et $Q(t)$?

3. Afin de dimensionner un nouveau central téléphonique, il faut connaître la durée moyenne des appels ainsi que le nombre moyen de tentatives d'appels sur un certain laps de temps.

   Pour déterminer le nombre moyen de tentatives d'appels en journée et en soirée, on a sélectionné 200 périodes d'observation de 1 minutes (100 en journée et 100 en soirée). Le tableau suivant reprend l'histogramme du nombre de périodes mesurées pour chaque nombre de tentatives d'appel :

Nb d'appels	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10+	Total
En journée	2	7	14	19	20	16	11	6	3	1	1	100
En soirée	0	1	4	9	13	16	16	14	11	7	9	100

   Lors de cette étude, on a également observé une durée moyenne de communication de 3 minutes en journée et de 5 minutes en soirée.

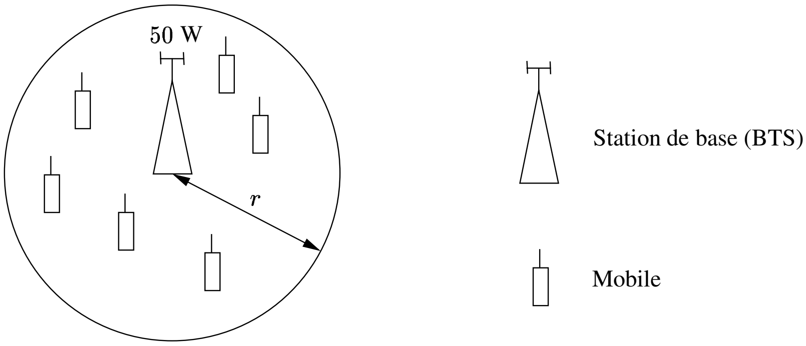
   (a) Estimez le nombre moyen de tentatives d'appels sur une durée de 15 minutes, en journée et en soirée. Quelle loi de probabilité suit la variable aléatoire représentant le nombre de tentatives d'appels sur 15 minutes ? Déduisez-en la probabilité qu'il y ait 70 appels en 15 minutes, en journée et en soirée.

   (b) Calculez la probabilité qu'un appel dure plus de 4 minutes, en journée et en soirée.

   (c) Déterminez le nombre minimum de lignes qu'il faut installer pour que la probabilité de blocage reste inférieure à 0,005 en journée et 0,01 en soirée. Le central est-il plus sollicité en journée ou en soirée ?

   (d) En supposant qu'en journée tout appel refusé soit reconduit jusqu'à avoir une ligne libre, combien de lignes faut-il installer pour que la probabilité de blocage reste inférieure à 0,001 en journée et 0,01 en soirée.

4. Un opérateur GSM souhaite déployer un réseau cellulaire dans une grande ville. On s'intéresse à la modélisation d'une cellule, supposée circulaire, comme représentée ci-après :



On souhaite déterminer le rayon maximum de la cellule, sachant que la puissance d'émission de la station de base (BTS) vaut 50 [W] et que la fréquence utilisée est 1800 [MHz].

(a) Déterminez le rayon maximum de la cellule en utilisant le modèle COST 231-HATA en négligeant les effets dépendant de la hauteur du mobile. La hauteur de la station de base est de 40 mètres.

(b) On aimerait se prémunir de divers effets de masquage. Déterminez la valeur de la marge à ajouter si l'on souhaite un pourcentage de couverture de 90 %, que l'on souhaite pouvoir effectuer des communications en *Soft Indoor* et que l'on considère également 3 $[dB]$ de pertes dues au corps humain ? Déterminez à nouveau le rayon maximum dans ces conditions.

(c) Dans un second temps, on s'intéresse au dimensionnement en terme de trafic de la cellule. On prendra un rayon de cellule arbitrairement fixé à $0,5$ [km].
Sachant que :

(1) l'opérateur couvre 500 [clients/km^2],
(2) 10 % des clients couverts par la cellule ont établi une communication pendant une durée d'observation de 15 [minutes] et
(3) la durée moyenne des appels est de 5 [minutes],

déterminez le nombre de communications simultanées que la station de base doit pouvoir supporter en supposant une probabilité de blocage de $0,02$.

(d) Déterminez l'occupation spectrale minimale sachant que chaque porteuse permet de traiter au maximum 8 appels.

Remarques :
- Les antennes de réception et d'émission sont supposées isotropes.
- Les valeurs des marges sont supposées indépendantes de la fréquence.
- Suivant le modèle COST 231-HATA, l'affaiblissement L_u en milieu urbain vaut, en $[dB]$,

$$L_u = 46,33 + 33,9 \log(f) - 13,82 \log(h_b) - a(h_m) + [44,9 - 6,55 \log(h_b)] \log d + C_m$$

avec

- f la fréquence, d la distance, h_b, h_m, des hauteurs ; ces grandeurs sont exprimées respectivement en $[MHz]$, $[km]$ et $[m]$.
- $a(h_m) = (1,1\log(f) - 0,7)h_m - (1,56\log(f) - 0,8)$ pour une ville de taille moyenne.
- $C_m = 0\ [dB]$ pour les villes de taille moyennes et les banlieues, et $C_m = 3\ [dB]$ pour les grands centres métropolitains.